



## 53. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – 2. nap – 2024. május 25.

### NYOLCADIK OSZTÁLY

**Minden feladat megoldását egy-egy külön lapra készítsd el!**

- Szilvi felírt egy pozitív egész számot a papírjára, majd felírta a 3-szorosát is. Azt vette észre, hogy a kisebb szám jegyeinek összege éppen 3-szor akkora, mint a nagyobb szám jegyeinek az összege.
  - Bizonyítsd be, hogy a kisebbik szám osztható 9-cel.
  - Mutass példát ilyen számpárra.
- Igaz-e, hogy minden 10-zel nem osztható pozitív egész számnak van olyan többszöröse, amely ugyanolyan számjeggyel kezdődik, mint amilyenel végződik?
- Egy négyzetrácsos papírra rajzoltunk egy háromszöget, amelynek minden csúcsa rácspont. A háromszög területe egész számú rácsnégyzet területével egyezik meg.

Bizonyítsd be, hogy van olyan oldala a háromszögnek, amelynek a felezőpontja is rácspont.
- Egy tornasorban  $n$  különböző magasságú ember áll, balról jobbra növekedve. Megkérhetünk négy szomszédos embert, hogy fordítsák meg a sorrendjüket (tehát ha  $A, B, C, D$  sorrendben álltak eddig, akkor a művelet után  $D, C, B, A$  sorrendben fognak állni).

Elérhető-e ilyen négyes megfordítások egymásutánjával, hogy megint tornasorban legyenek, de most jobbról balra növekedve, ha

(a)  $n = 9$ ;                      (b)  $n = 10$ ?

A feladatokat összeállította: Hujter Bálint, Juhász Péter, Károlyi Gergely, Nagy Kartal.

Lektorálta: Erben Péter, Steller Gábor.

A 201108/03315. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.



Nemzeti  
Kulturális  
Alap



NEMZETI KULTURÁLIS  
TÁMOGATÁSKEZELŐ