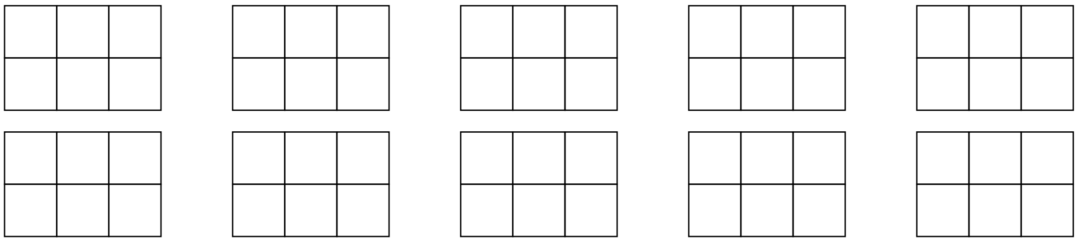
TIT - Kalmár László Matematikaverseny

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

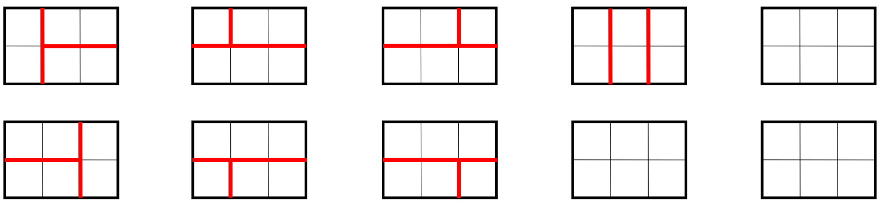
53. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY
ORSZÁGOS DÖNTŐ – MÁSODIK NAP – 2024. május 25.
HARMADIK OSZTÁLY

Megoldásaid indoklását csak azoknál a feladatoknál kell leírnod, ahol ezt külön beleírtuk a feladatba!

1. Egy téglalapot, melynek egyik oldala 2 négyzetoldal, másik oldala 3 négyzetoldal hosszúságú három téglalapra vágunk szét. A kis téglalapok oldalai a rácsvonalakra illeszkednek, és a kis téglalapok között nincsen 2 négyzetoldal oldalhosszúságú négyzet. Két szétvágás különböző, ha valamelyik elvágó vonal nem ugyanott van a két szétvágásban. Rajzold meg az összes lehetőséget!



Megoldás:



2. Micimackó kamrája négyzet alakú, ajtó fölötti magasságban körben polcokkal. A sarkokban négyzet alakú, az oldalakon, a sarkokban levő polcok között téglalap alakú polcok vannak. Micimackó pénteken elhelyezett a polcokon 40 üveg mézet úgy, hogy minden polcon volt üveg, és a kamra minden oldalára igaz volt, hogy azon az oldalon levő polcokon összesen 12 üveg méz volt. Ezután naponta megevett néhány üveg mézet, és minden este evés után úgy rendezte a megmaradt teli üvegeket, hogy minden polcon legyen üveg, és a kamra oldalain levő polcokon változatlanul 12 üveg méz legyen. Micimackó a következő szerdán azt vette észre, hogy csütörtökön már nem tudja tovább fogyasztani a mézet úgy, hogy még mindig megfelelően el tudja rendezni a megmaradó üvegeket a kamra oldalai mentén.
   a) Írd be az ábrába, hogy hány üveg méz volt az egyes polcokon pénteken, ha ekkor mind a négy sarokban ugyanannyi üveg méz volt!
   b) Hány üveg mézet evett meg Micimackó szerda estig? Hogyan helyezhette el szerdán este az üvegeket, írd be az ábrába a polcokon levő üvegek számát egy lehetséges elhelyezés szerint!

A 201108/03315. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap

NEMZETI KULTURÁLIS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

Itt próbálkozhatsz:

Ide írd a megoldást!

PÉNTEK

SZERDA

Megoldás:
Ha összeadjuk a négy oldal mentén lerakott üvegek számát, akkor a sarkokban levőket kétszer számoltuk.
Mivel $4 \cdot 12 - 40 = 8$, ezért pénteken a négy sarokban összesen 8 üveg volt, mivel mind a négy sarokban ugyanannyi üveg volt, ezért pénteken minden sarokban 2 üveg, az oldalak közepén 8 üveg volt.

2	8	2
8		8
2	8	2

3 pont

(b) Mivel minden polcon kell maradjon üveg, akkor lesz a legkevesebb üveg összesen, ha a lehető legtöbb üveg van a sarkokban. Mivel a középső polcokon is kell maradjon üveg, így két szomszédos sarokban nem lehet $12 - 1 = 11$-nél több üveg. ez viszont lehetséges. Egy lehetőséget mutat az ábra Minden lehetőség megfelelő, amelynél az oldalak közepén 1, a szomszédos sarkokban pedig összesen 11 üveg áll.

5	1	6
1		1
6	1	5

4 pont

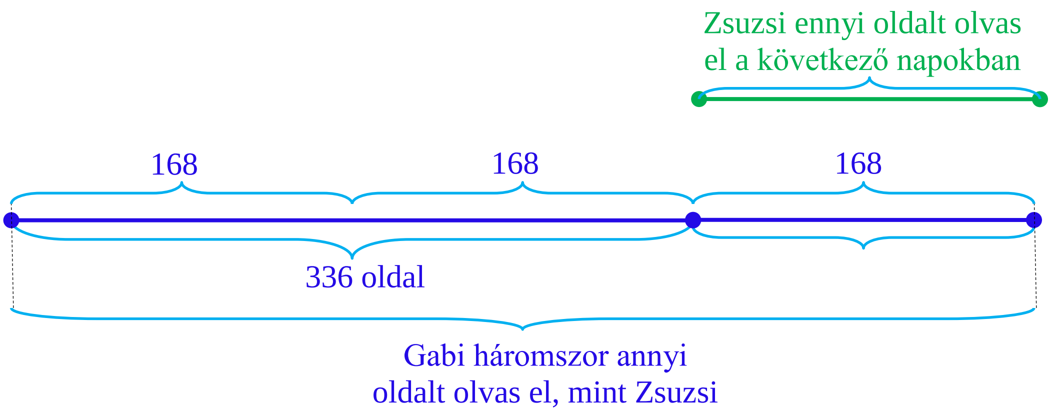
A 201108/03315. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap

NEMZETI KULTURÁLIS TÁMOGATÁSKEZELŐ

3. Gabi és Zsuzsi ugyanazt a könyvet olvassák. Zsuzsi eddig 84 oldalt olvasott el, Gabi pedig ennek az ötszörösét. Ezután mindketten naponta 7 oldalt olvastak. Hány nap múlva érik el azt, hogy Gabi összesen háromszor annyi oldalt olvasott, mint Zsuzsi? Írd le a megoldás menetét is!

Megoldás:
Gabi eddig a 84 négyszeresével, azaz 336 oldallal olvasott többet, mint Zsuzsi.
Mivel ezután minden nap ugyanannyit olvastak, ezért az elolvasott oldalak számának különbsége nem változik.
Rajzoljuk le szakaszokkal azt, amikor Gabi háromszor annyit olvasott, mint Zsuzsi:



Ekkor az elolvasott oldalak számának különbsége a Zsuzsi által addig olvasott oldalak számának kétszerese, éppen 336 oldal.
Tehát Zsuzsi ekkor 336 : 2 = 168 oldalt olvasott el, még (168 – 84) : 7 = 12 nap alatt.
Tehát 12 nap múlva érik el azt, hogy Gabi összesen háromszor annyit olvasott, mint Zsuzsi.
A helyes megoldás indoklással együtt 7 pont

4. Peti a kertjébe öt fát szeretne ültetni egy sorba, egy meggy-, egy cseresznye-, egy alma-, egy sárgabarack- és egy birsalmafát. A kertész a következőket javasolta:
   - A cseresznyefa a sor szélén legyen, a meggyfa viszont ne legyen a sor szélén!
   - A birsalmafa és a cseresznyefa ne legyenek egymás mellett!
   - Az almafa ne legyen a birsalmafa mellett!
   - A meggyfa ne legyen a cseresznyefa mellett!
   - A sárgabarackfa ne legyen a meggyfa mellett!

   Sorold fel az összes lehetőséget, ahogy Peti sorba ültetheti az öt fát! A fákat a kezdőbetűkkel jelöld!

Megoldás:
A meggyfa nem lehet a sor szélén, és nem lehet mellette cseresznyefa és sárgabarackfa.
Ha a meggyfa a 2. helyen van, akkor a két szomszédja az almafa és a birsalmafa lehet, az utolsó két helyen pedig a sárgabarackfa és a cseresznyefa áll, csak arra kell figyelni, hogy a

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

cseresznyefa ne legyen a birsalmafa mellett, viszont a sor szélén legyen, így ez 2 lehetőség (a fákat a kezdőbetűkkel jelölve):
A M B S CS
B M A S CS
Ezt a 2 lehetőséget megfordítva újabb 2 lehetőséget kapunk:
CS S B M A
CS S A M B
Ha a meggyfa középen áll, akkor is az almafa és a birsalmafa áll mellette. A birsalmafa mellett a szélén csak a sárgabarackfa állhat, a cseresznye nem, így csak a
CS A M B S sorrend és ennek megfordítása:
S B M A CS lehet.
A 6 sorrend felsorolása, ha nem írt rosszat, akkor 7 pont

5. Írd be a számokat 1-től 9-ig az üres négyzetekbe úgy, hogy a műveletek vízszintesen és függőlegesen is helyesek legyenek!

$$\begin{array}{ccccccc}
\square & + & \square & + & \square & = & \mathbf{15} \\
+ & & : & & + & & \\
\square & - & \square & + & \square & = & \mathbf{10} \\
+ & & \cdot & & - & & \\
\square & \cdot & \square & : & \square & = & \mathbf{3} \\
= & & = & & = & & \\
\mathbf{16} & & \mathbf{30} & & \mathbf{1} & &
\end{array}$$

Megoldás:
A középső oszlop eredménye 1-9-ig számokkal csak úgy lehet 30, ha az 5·6 szorzatot számoljuk. Az 5 nem lehet az alsó sor középső négyzetében, mert akkor az eredménynek 5 többszörösének kellene lenni, mert nem oszthatunk 5 többszörösével. Tehát a középső oszlop: 5 : 1 · 6 = 30.
A 3. sorban lehet 1·6:2 vagy 2·6:4 vagy 4·6:8. Más nem lehet, mert a harmadik négyzetbe írt osztó nem lehet nagyobb. A 3. oszlop legalsó négyzetébe nem írhatunk 2-t, mert akkor a fölötte levő négyzetekbe 1+2-nek kellene lenni, de minden szám csak egyszer fordulhat elő. Ugyanígy nem lehet itt 4 sem, mert se 2+3, se 1+ 4 nem lehet fölötte, mert akkor a 2-t és az 1-et is elhasználtuk már. Tehát az alsó sorban csak 4·6:8 lehet.
Ekkor az 1. oszlopban a 4 fölötti két szám összege 12, ami csak 9+3 alakban fordulhat elő a már elhasznált számok miatt.
A 3. oszlopban a 8 fölötti két szám összege 9, ami csak 2+7 alakban fordulhat elő a már elhasznált számok miatt.
Ekkor az 1. sorban csak úgy lehet 15 a számok összege, ha az első szám a 3, az utolsó pedig a 7.
Ekkor a 2. sorban a 9 – 1 + 2 = 10 egyenlőség teljesül.

A 201108/03315. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap

NEMZETI KULTURÁLIS TÁMOGATÁSKEZELŐ

TIT - Kalmár László Matematikaverseny

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT
1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: kapcsolat@kalmarverseny.hu; titkarsag@titnet.hu
Honlap: https://www.kalmarverseny.hu
Adószám: 19002457-2-42

$$
\begin{array}{ccccccc}
\boxed{3} & + & \boxed{5} & + & \boxed{7} & = & 15 \\
+ & & : & & + & & \\
\boxed{9} & - & \boxed{1} & + & \boxed{2} & = & 10 \\
+ & & \cdot & & - & & \\
\boxed{4} & \cdot & \boxed{6} & : & \boxed{8} & = & 3 \\
= & & = & & = & & \\
16 & & 30 & & 1 & &
\end{array}
$$

A 9 szám helyes beírása a négyzetekbe 7 pont.

A 201108/03315. sz. projektet a Nemzeti Kulturális Alap támogatja.

Nemzeti Kulturális Alap

NEMZETI KULTURÁLIS TÁMOGATÁSKEZELŐ