



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

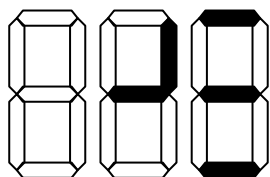
45. ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

Országos döntő – Második nap – Javítási útmutató

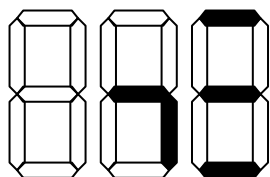
NEGYEDIK OSZTÁLY

1. Kornél a nagymamája padlásán 10 régi érmét talált. Digitális mérlegen méregette őket, azonban a mérleg kijelzőjén néhány csík nem világított. Egészítsd ki az ábrát: mit kellene mutasson a mérleg kijelzője 1 érme, 3 érme, 5 érme és 10 érme mérésekor, ha mint később Kornél ellenőrizte, az érmék tömege egyforma volt! (A mérleg kijelzőjének egyes csíkjai vagy mindig világítanak, ha szükséges, vagy sosem. Az ábrán a világító csíkokat színeztük sötétre.)

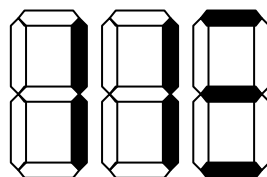
1 érme



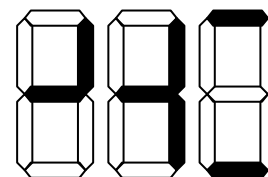
3 érme



5 érme



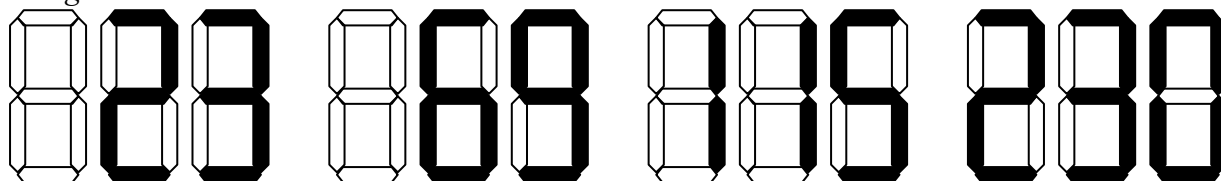
10 érme



A kijelzőn a számok alakját az alábbi ábrán láthatod:



Megoldás:



A 10 érme tömege 0-ra, az 5 érme tömege 5-re végződik, vagyis az egyes helyi értéken az oldalsó csíkok nem világítanak.

Mivel az érme 5-szöröse 5-re végződik, egy érme tömegének mérőszáma páratlan, a világító csíkok miatt 3-ra, 5-re vagy 9-re végződik. 5-re nem végződhet, mert a 10-szeresének tízes helyi értéke nem lehet 5. 9-re sem végződhet, mert akkor a 3-szorosa 7-re végződne, és az a közepén világító vízszintes csík miatt nem lehet.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)

Egy érme tömegének 3-szorosa kétjegyű, mert a százasként két jobboldali függőleges csik működik, legalább egyikük mindegyik számban világít, itt viszont egyik sem világít, ezért nincs számjegy a százasként. Egy érme ötszöröse háromjegyű, egy érme tömege legalább 20 és legfeljebb 33, így itt a tízes helyi értéken csak 2 vagy 3 lehet. Azonban 3 nem lehet, mert a többi tízes helyi értéken a jobb alsó függőleges csik működik, egy érme tömegénél pedig nem világít, pedig a 3-nál kellene világítania.

Ezek alapján egy érme tömege csak 23 lehet, ekkor a 3-szorosa 69, az 5-szöröse 115 és a 10-szerese 230, ez tényleg lehetséges.

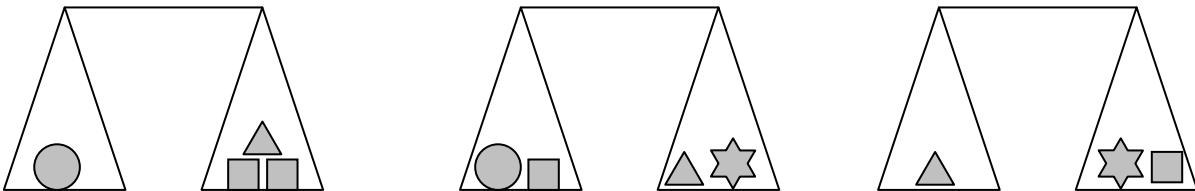
Tehát egy érme tömegének mérőszáma csak 23 lehet.

Jó megoldás indoklás nélkül is 7 pont.

2. Gombóc Artúr a kerek, a háromszög alakú, a négyzet alakú és a csillag alakú csokoládéit méregeti kétkarú mérleggel. Az alábbi ábrákon a mérlegek egyensúlyban vannak, azaz a mérleg két serpenyőjében levő csokoládék tömege megegyezik.

Hány négyzet alakú csokoládé lesz egyensúlyban egy kör alakú csokoládéval?

A megoldásodat indokold!



Megoldás:

A 3. mérlegen azt látjuk, hogy egy háromszög alakú csokoládé egy csillag és egy négyzet alakú csokoládéval tart egyensúlyt. Rakjunk a 2. mérlegre a háromszög helyére egy négyzetet és egy csillagot! Ezután ennek a mérlegnek mindkét oldaláról vegyünk el egy-egy négyzetet! Azt kapjuk, hogy egy kör két csillaggal tart egyensúlyt. 3 pont

Most az 1. mérlegre rakjunk a háromszög helyett egy csillagot és egy négyzetet, ekkor egy kör egy csillaggal és 3 négyzettel tart egyensúlyt. Mivel ez ugyanannyi, mint két csillag, ezért egy csillag 3 négyzettel egyenlő tömegű. 2 pont

Mivel egy kör 2 csillag, és egy csillag 3 négyzet, ezért egy kör 6 négyzet. 2 pont

Tehát egy kör alakú csokoládé 6 négyzet alakú csokival tart egyensúlyt.

3. Az ábrán egy kis park térképe látható, a vonalak a park útjait jelzik, a körök a tereket.

Hányféleképpen üldöghet egy kutya és egy macska két különböző téren úgy, hogy nem látják egymást? A kutya és a macska látják egymást, ha egy egyenes úton levő két téren ülnek, különben nem látják egymást. Írd le, hogyan gondolkodtál!



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

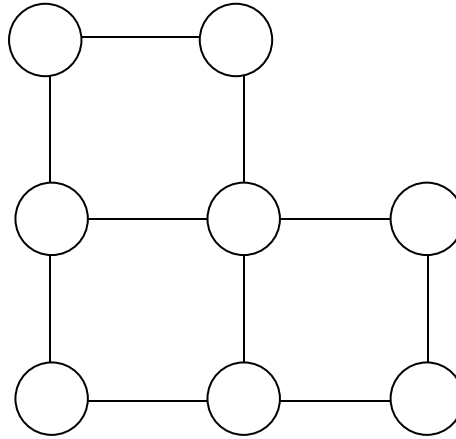
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

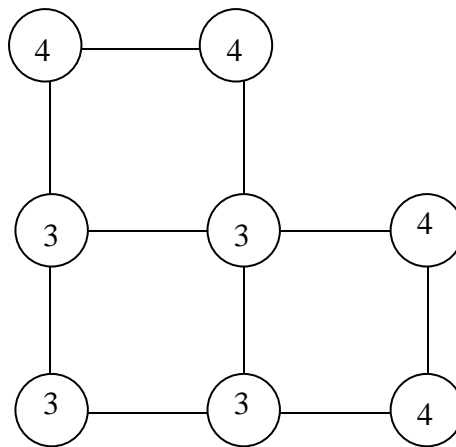
NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014



Kalmár László (matematikus)



Megoldás:



Helyezzük el a kutyát valamelyik körbe, és írjuk bele, hogy ha a kutya ezen a téren ül, akkor a macska hány téren ülhet úgy, hogy nem látják egymást. Összeszámolva a körökbe írt számokat azt kapjuk, hogy a kutya és a macska 28-féleképpen ülhetnek a tereken úgy, hogy nem látják egymást. A teljes megoldás 7 pont.

4. A tündérek és törpék bálján a nyitótánc után nyolc mogorva törpe hazament. Így minden törpére két tündér jutott. Éjfélkor 35 tündér hazarepült, így minden otmaradt tündérré három törpe jutott. Hány tündér és hány törpe kezdte a bált? Írd le a megoldás indoklását is! A megoldásodat indokold!



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

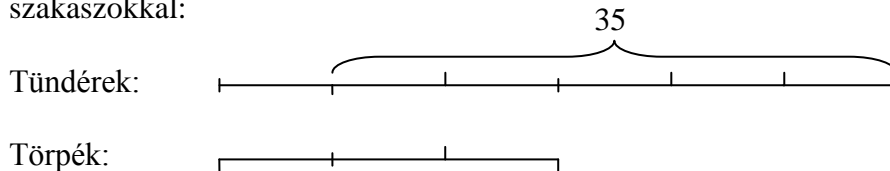


Kalmár László (matematikus)

Megoldás:

Kezdjük a megoldást a végétől.

Miután 35 tündér hazarepült, a törpék száma a tündérek számának 3-szorosa volt. Ábrázoljuk ezt szakaszokkal:



Majd visszafele haladva: hozzuk vissza a 35 tündért, ekkor a tündérek száma lett a törpék számának kétszerese. Ebből látszik, hogy 5 egyforma szakasz 35 főnek felel meg, így egy szakasz $35 : 5 = 7$ főt jelent.

Így kezdetben $35 + 7 = 42$ tündér és $21 + 8 = 29$ törpe volt a bálon.

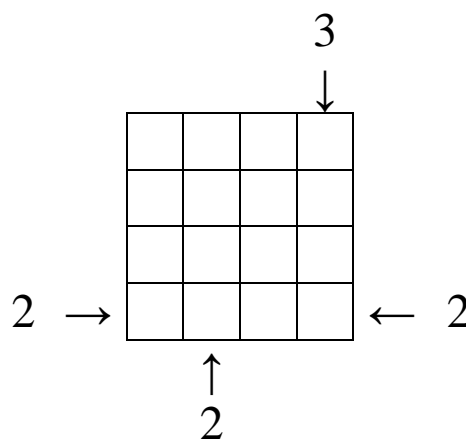
Ellenőrzés:

$$2 \cdot (29 - 8) = 42 \text{ és } 3 \cdot (42 - 35) = 21.$$

Válasz: Tehát 42 tündér és 29 törpe kezdte a bált.

5. Ákos négy 1 szintes, négy 2 szintes, négy 3 szintes és négy 4 szintes tornyot állított fel az ábrán látható négyzet kis négyzeteire úgy, hogy egyetlen sorban és egyetlen oszlopban sincs két azonos magasságú torony. Ezután egy oszlop fölé és egy oszlop alá odaírta, hogy onnan hány tornyot lehet látni abban az oszlopban. Az oszlopban a magasabb torony takarja a mögötte álló alacsonyabbat, így az nem látszik. Ugyanezt megtette két sorral is.

Írd be minden kis négyzetbe, hogy az ott álló torony hány szintes!





TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest, Bródy Sándor u. 16.

Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176

E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap: www.titnet.hu; www.telc.hu

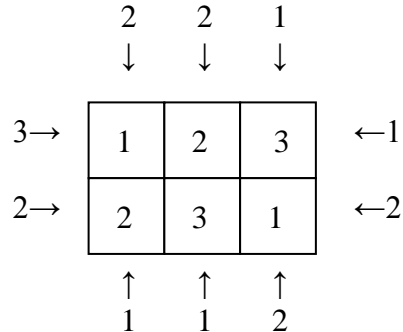
Telefon: 483-2540, 327-8900, Fax: 327-8901

NSZFH nyilvántartásba vételi szám: E-000226/2014

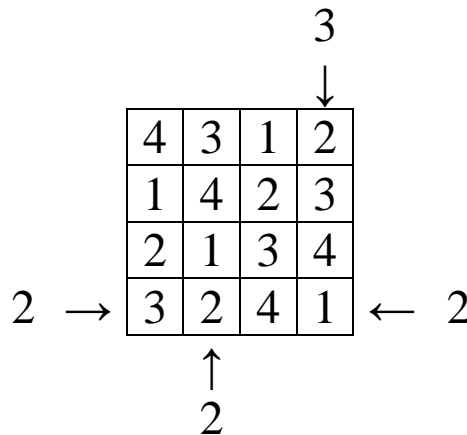


Kalmár László (matematikus)

Példa: A négyzetekbe írt számok azt mutatják, hogy az ott álló torony hány szintes. A nyilakhoz írt számok pedig azt mutatják, hogy a nyíl irányából hány torony látszik.



Megoldás:



A 4. oszlopban felülről 3 tornyot látunk, a 4-es így a 3. vagy 4. helyen lehet. A 4. helyen nem lehet, mert akkor az utolsó sorban jobbról nem láthatnánk 2 tornyot, tehát egy 4-es a 4. oszlop 3. helyén van. 2 pont

Az utolsó sorban a 4-es nem lehet balról a 2. mert akkor alulról nem látnánk 2 tornyot. A szélén sem lehet, csak a 3. helyen. 1 pont

A 2. oszlopban nem lehet alulról a második 4-es, mert abban a sorban már van 4-es, így a 4. sor 2. tornya nem lehet 1-es. 3-as sem lehet, mert akkor balról nem láthatnánk 2 tornyot, így csak 2-es lehet, és tőle balra 3-as. Ezzel az utolsó sort kitölthetjük. 1 pont

Ezután a 4. oszlop is megvan. 1 pont

A 2. oszlopban felülről a 2. lehet csak a 4-es ahhoz, hogy alulról két tornyot lássunk, és a 3. sorban ne legyen két 4-es. Ezzel a 2. oszlop is megvan. 1 pont

Ezután már a sudoku szabályainak megfelelően befejezhetjük a táblázat kitöltését. 1 pont

A táblázat helyes kitöltése indoklás nélkül is 7 pont