TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

42 . ORSZÁGOS TIT KALMÁR LÁSZLÓ MATEMATIKAVERSENY

ORSZÁGOS DÖNTŐ 1. nap

NEGYEDIK OSZTÁLY JAVÍTÁSI ÚTMUTATÓ

Minden feladat teljes megoldása 7 pont

1. *Hat futó: András, Bence, Csaba, Dénes, Ernő és Ferenc közül ketten egyszerre értek célba. Melyik volt ez a kettő? – kérdeztünk öt jelenlévő szurkolót. Mindegyikük mást állított, és az általuk megnevezett két versenyző közül csak az egyik volt az egyszerre befutó két versenyző között. Az öt állítás a következő volt:*

   (A) András és Bence;

   (B) Ferenc és Csaba;

   (C) Bence és Ernő;

   (D) Dénes és Ferenc;

   (E) Ferenc és Ernő.

   Melyik volt az a két versenyző, akik egyszerre értek célba?

Megoldás:

Az egyszerre célba ért két versenyző olyan, hogy összesen 5-ször szerepelnek az állításokban, mert mindegyik állításban az egyik versenyzőt helyesen mondták. Viszont ketten nem szerepelhetnek egy állításban, mert senki sem mondott két jó nevet.

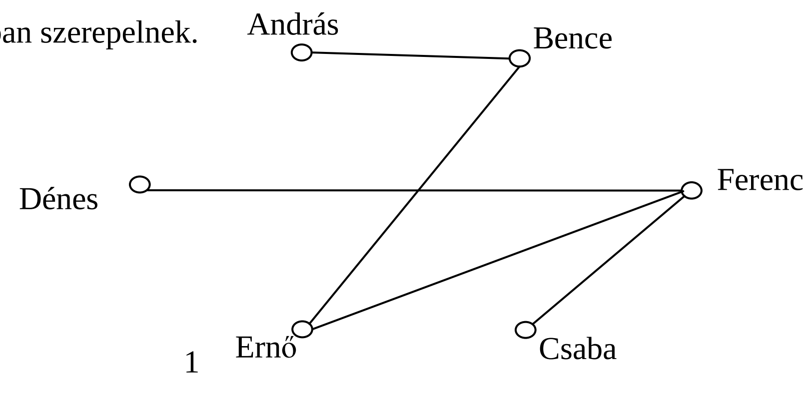
Számoljuk össze, ki hány állításban szerepel:

András: 1; Bence: 2; Ferenc: 3; Csaba: 1; Ernő: 2 és Dénes: 1.

Két szám összege csak úgy lehet 5, ha Ferenc mellé Bencét vagy Ernőt választjuk. Ernő nem lehet a befutó Ferenccel, mert az (E) állításban együtt szerepelnek.

Bence és Ferenc nem szerepelnek együtt egy állításban sem, így ők ketten értek be egyszerre.

Megjegyzés: A fenti megoldást szemléltethetjük gráffal: pontokkal jelöljük a versenyzőket és összekötjük őket, ha egy állításban szerepelnek.



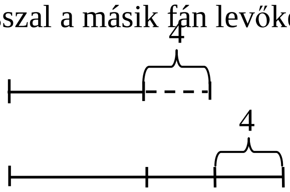
TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

2. *A páviánok két szomszédos pálmafa ágain játszadoznak. Az egyik fán kétszer annyi pávián van, mint a másikon. Ha négy majom átugrik az egyik pálmafáról a másikra, épp ugyanannyi majom lesz mindkét fán. Hány pávián játszadozik a két fán összesen?*

Megoldás:

Ábrázoljuk egy szakasszal az egyik fán levő páviánok számát, és egy kétszer ekkora szakasszal a másik fán levőkét.



Jelöljük, hogy az egyik fáról átugrik 4 pávián a másikra, ott akkor 4-gyel több lesz, és így a két fán ugyanannyi pávián lesz. Az ábráról látható, hogy az egyik fán eredetileg 4+4=8-cal több pávián volt, mint a másikon.

Így a rövidebb szakasz 8 páviánnak felel meg.

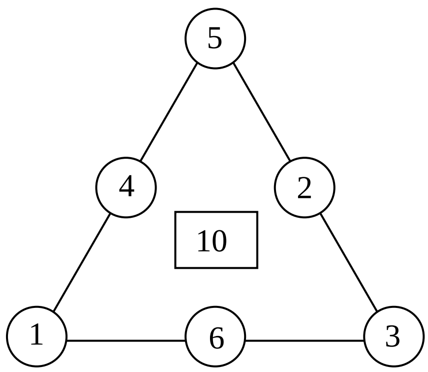
Tehát az egyik fán 8, a másikon $2 \cdot 8 = 16$ pávián van, összesen 8+16=24 pávián van a fákon.

Ellenőrzés: 16 – 4 = 12 és 8 + 4=12.

Válasz: Összesen 24 pávián játszadozik a fákon.

3. *a) Írd be az 1; 2; 3; 4; 5 és 6 számokat a körökbe úgy, hogy a háromszög minden oldalán 10 legyen a körökbe írt három szám összege!*

b) *Ugyanezeket a számokat Kati beírta a körökbe az összes lehetséges módon úgy, hogy a háromszög minden oldalán ugyanannyi lett a számok összege. Minden háromszög közepébe beírta a háromszög egy oldalán*



1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

levő három szám összegét. Hányféle 10-től különböző számot írt be Kati a háromszögek közepébe?

Megoldás:

Ha összeadjuk a háromszög oldalaira írt számokat, akkor a csúcsokban levő számok kétszer szerepelnek. 1+2+3+4+5+6=21, ezt kivonva az oldalak összegéből megkapjuk a csúcsokba írt számok összegét.

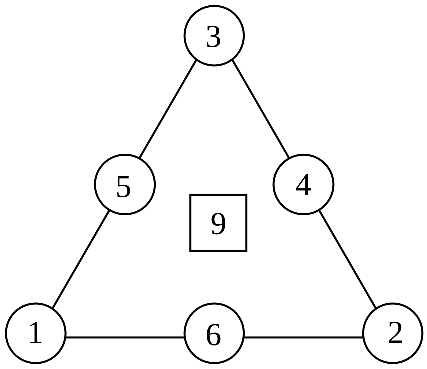
a) Az oldalak összege 3 · 10 = 30, így a csúcsokba írt három szám összege 30 – 21 = 9.

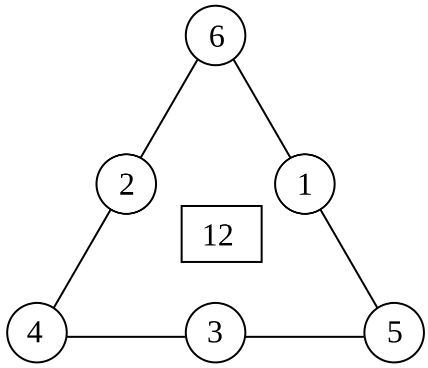
9 = 1+2+6, de akkor az 1 és a 2 közé 7-et kellene írni, hogy 10 legyen az összeg, az pedig nincs.

9 = 1+3+5, ez lehetséges, az ábrán látható.

9 = 2+3+4 nem lehetséges, mert a 3 és a 4 közé megint 3 kellene, de csak egyszer szerepelhet.

b) A háromszög egy oldalán a legkisebb összeg akkor szerepel, ha a csúcsokba írt számok összege a legkisebb, azaz 1+2+3=6, ekkor a háromszög egy oldalán a számok összege
(21 + 6) : 3 = 9. Ez valóban lehetséges:



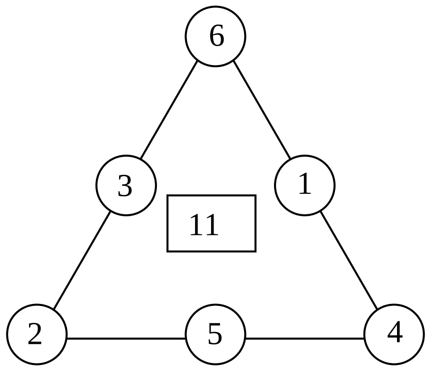


A háromszög egy oldalán a legnagyobb összeg akkor szerepel, ha a csúcsokba írt számok összege a legnagyobb, azaz 4+5+6=15, ekkor a háromszög egy oldalán a számok összege
(21 + 15) : 3 = 12. Ez valóban lehetséges, ahogy a fenti ábrán látható.

TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

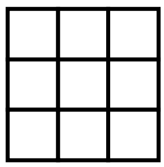
1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

A háromszög egy oldalán a számok összege lehet még 11 is, ha a csúcsokban levők összege 12. Ez lehetséges: 12 = 2 + 4 + 6, és a számok az alábbi ábra szerint elrendezhetők:



Tehát Kati 3-féle 10-től különböző összeget írt be a háromszögek közepébe.

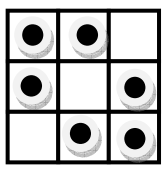
4. A négyzet alakú céltáblára nyilakat lövünk. Minden lövés más-más kis négyzetbe esik. Legkevesebb hány lövés szükséges ahhoz, hogy biztosan legyen három lövés egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban?



Megoldás:

7 lövés elegendő, mert 7 lövés esetén biztosan lesz 3 lövés egy sorban, ugyanis 3 sor van, ha mindbe csak 2 lövés esne, csak 6 lövés lehetne (skatulya elv).

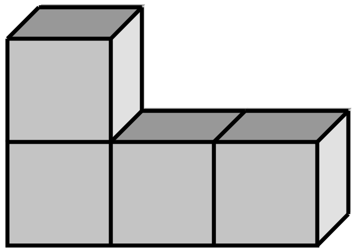
7 lövés szükséges is, mert ha csak 6 lövés esik a céltáblára, még lehetséges, hogy ne legyen 3 egy sorban, egy oszlopban vagy egy átlóban, ahogy az ábra mutatja.



TUDOMÁNYOS ISMERETTERJESZTŐ TÁRSULAT

1088 Budapest VIII., Bródy Sándor u. 16.
Postacím: 1431 Budapest, Pf. 176
E-mail: titnet@webinform.hu; Honlap www.titnet.hu
Telefon: 327-8900 Fax: 327-8901

5. *Hányféle számot kaphatunk, ha négy szabályos dobókockát az ábrán látható módon összeragasztunk, és összeszámoljuk a kapott test felületén levő pöttyöket?*
(A szabályos dobókocka lapjai 1-től 6-ig pöttyözöttek, és a szemközti lapokon levő pöttyök számának összege 7.)



Megoldás:

Nézzük végig az egyes kockákon mennyi lehet a látható számok összege!

A bal felső kockán felül a legkisebb szám az 1, a legnagyobb a 6, körben mindenképpen 14 az összeg, így a legkisebb összeg a 15, a legnagyobb a 20, és közben minden összeg előfordulhat.

A bal alsó kockán a két szemközti lap összege mindenképpen 7, a másik két lap szomszédos, ezek legkisebb összege 1+2=3, legnagyobb összege 5+6=11. Így a kockán a legkisebb összeg 10, a legnagyobb 18, és közben minden összeg előfordulhat.

Az alsó sor középső kockáján két-két szemközti lapja látható a dobókockának, az ezeken levő számok összege 14.

A jobb szélső kocka ugyanúgy csatlakozik a testhez, mint a bal felső, így a látható számok legkisebb összege 15, a legnagyobb a 20, és közben minden összeg előfordulhat.

A test felületén levő pöttyök számának összege legkevesebb 15 + 10 + 14 + 15 = 54,

és legtöbb 20 + 18 + 14 + 20 = 72, és ezek közt minden összeg előfordul.

Tehát 72 – 53 = 19-féle lehet a test felületén a pöttyök számának összege.